



PENENTUAN BILANGAN REPRODUKSI DASAR (R_0) PADA MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN PENYAKIT MALARIA DI PROVINSI JAMBI

Dwi Jumiati^{*1}, Syamsyida Rozi²

^{1,2}Universitas Jambi

^{*1}dwijumiati234@gmail.com

Abstrak: Malaria adalah peradangan yang diakibatkan oleh masuknya parasit hidup berjenis *plasmodium* yang dapat berkembangbiak dalam eritrosit/sel darah merah manusia. Malaria merupakan salah satu penyakit menular yang menjadi masalah kesehatan di Provinsi Jambi karena mengakibatkan menurunnya produktifitas penduduk. Salah satu indikator penting dalam memahami potensi penyebaran penyakit malaria di Provinsi Jambi adalah Bilangan Reproduksi Dasar (R_0), yang merupakan bilangan yang menunjukkan rata-rata jumlah individu rentan yang dapat tertular penyakit akibat individu yang terinfeksi. Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis Bilangan Reproduksi Dasar (R_0) pada model matematika penyebaran penyakit malaria di Provinsi Jambi. Metode yang digunakan adalah pemodelan matematika dengan membangun sistem persamaan diferensial yang merepresentasikan dinamika penularan penyakit malaria antara populasi manusia dan nyamuk *Anopheles* betina. Selanjutnya peneliti menentukan titik kesetimbangan bebas penyakit dan nilai Bilangan Reproduksi Dasar (R_0) secara analitis menggunakan metode *The Next Generation Matrix* (NGM). Analisis kestabilan titik kesetimbangan bebas penyakit dilakukan berdasarkan nilai (R_0). Hasil penelitian menunjukkan bahwa nilai (R_0) menjadi parameter kunci dalam menentukan kondisi penyebaran penyakit malaria di Provinsi Jambi, dimana penyakit tidak akan menyebar apabila $R_0 < 1$ dan berpotensi menyebar apabila $R_0 > 1$. Hasil analisis ini diharapkan dapat memberikan gambaran mengenai potensi penularan malaria di Provinsi Jambi serta menjadi dasar pengambilan kebijakan pengendalian penyakit malaria di Provinsi Jambi

Kata kunci: : Pemodelan, Bilangan Reproduksi Dasar (R_0), *The Next Generation Matrix* (NGM)

PENDAHULUAN

Permasalahan lingkungan dan gaya hidup menjadi faktor penyebab melonjaknya penyakit menular di Provinsi Jambi. Terdapat 13 penyakit menular yang ada di Provinsi Jambi, salah satunya adalah penyakit Malaria. Malaria adalah peradangan yang diakibatkan oleh masuknya parasit hidup berjenis *plasmodium* yang dapat berkembangbiak dalam eritrosit/sel darah merah manusia. Infeksi *plasmodium* secara natural disebarkan melalui

gigitan nyamuk *Anopheles* betina (Junaidin *et al.* 2025). Malaria berasal dari bahasa Italia, yaitu *mal* (buruk) dan *area* (udara) atau udara buruk seperti di daerah rawa-rawa yang mengeluarkan bau busuk. Penyakit ini juga mempunyai beberapa nama lain, seperti demam roma, demam tropik, demam rawa, demam pantai, demam *charges*, demam kura, dan *paludisme* (Aesum *et al.*, 2024).



Malaria merupakan salah satu penyakit menular yang menjadi masalah kesehatan di Provinsi Jambi karena mengakibatkan menurunnya produktifitas penduduk (Pemerintah Provinsi Jambi, 2022). Pada tahun 2023 jumlah penduduk yang terjangkit penyakit malaria sebanyak 24.183 kasus (BPS Provinsi Jambi, 2024), dan tahun 2024 terdapat 29.047 kasus (BPS Provinsi Jambi, 2025), meningkat dari tahun sebelumnya sebanyak 4.864 kasus atau 20,11%.

Tingginya kasus penyakit malaria di Provinsi Jambi dipengaruhi oleh faktor lingkungan dan iklim. Provinsi Jambi memiliki daerah hutan, rawa, dan perkebunan yang merupakan habitat ideal bagi nyamuk *Anopheles* betina. Curah hujan yang tinggi dan banyaknya genangan air dapat meningkatkan perkembangbiakan nyamuk penyebab penyakit malaria. Perpindahan penduduk dari daerah endemis malaria ke daerah non-endemis juga dapat meningkatkan penularan penyakit malaria. Kurangnya kesadaran masyarakat terkait bahaya dari penyakit malaria dan akses kesehatan yang terbatas mengakibatkan pengobatan dan pencegahan tidak optimal (Setiawan *et al.*, 2021).

Selain itu, lingkungan sosial budaya dinilai punya peran luar biasa dalam penularan penyakit malaria. Kebiasaan buruk seperti berada diluar rumah sampai larut malam, sering tidur tanpa menggunakan kelambu, tidak menggunakan obat anti nyamuk, tidak memasang kawat kasa, sering menggantung

baju dibelakang pintu, dan sering keluar rumah tanpa baju panjang di malam hari. Kondisi alam juga sangat berperan penting dalam penularan malaria (Setiawan *et al.*, 2021).

Berdasarkan uraian diatas, penulis tertarik untuk melakukan analisis guna mengetahui tingkat penyebaran penyakit malaria di Provinsi Jambi menggunakan Bilangan Reproduksi Dasar (R_0) untuk mengetahui potensi penularan suatu penyakit. Adapun metode yang digunakan untuk menghitung (R_0) adalah *The Next Generation Matrix* (NGM). Hasil penelitian ini diharapkan dapat menjadi dasar untuk mengetahui tingkat penularan penyakit malaria memberikan gambaran yang lebih jelas mengenai potensi penyebaran penyakit malaria, serta menjadi dasar bagi pengambilan kebijakan dalam upaya pengendalian penyakit malaria secara efektif di Provinsi Jambi.

METODE PENELITIAN

1. Model *Susceptible, Exposed, Infected, and Recovered* (SEIR)

Model matematika adalah suatu alat yang dapat menganalisis dan memahami proses penyebaran penyakit menular yang disebut model matematika epidemiologi. Salah satu model klasik penyebaran penyakit telah dirumuskan oleh Kermack pada tahun 1927, yaitu model *Susceptible, Infected, and Recovered* (SIR). Dalam model SIR populasi total dikelompokkan ke dalam tiga subpopulasi, yaitu *Susceptible*



(merepresentasikan individu sehat namun berisiko tertular), *Infected* (menunjukkan individu terinfeksi dan mampu menularkan penyakit), *Recovered* (individu yang telah sembuh dari penyakit). Pada beberapa jenis penyakit, terdapat periode laten atau masa inkubasi, yaitu rentang waktu sejak individu terpapar hingga menjadi *Infected* dan mampu menularkan penyakit. Adanya periode tersebut menyebabkan perlunya penambahan kompartemen baru, yaitu *Exposed* (individu yang telah terpapar tetapi belum dapat menularkan penyakit). Dengan demikian, model SIR kemudian dikembangkan menjadi model *Susceptible, Exposed, Infected, and Recovered* (SEIR) untuk menggambarkan dinamika penyebaran penyakit secara realistis (Jannah *et al.*, 2021).

2. Bilangan Reproduksi Dasar (R_0)

Menurut Side *et al.* (2021), Bilangan Reproduksi Dasar (R_0) merupakan bilangan yang menunjukkan rata-rata jumlah individu rentan yang dapat tertular penyakit akibat individu yang terinfeksi. Nilai R_0 menggambarkan potensi penyebaran suatu penyakit dalam suatu populasi. Terdapat beberapa kondisi yang dapat terjadi, yaitu:

1. Jika $R_0 < 1$, maka penularan penyakit akan menurun dan pada akhirnya penyakit dapat menghilang.
2. Jika $R_0 = 1$, maka penyakit cenderung bertahan atau menetap dalam populasi.

3. Jika $R_0 > 1$, maka jumlah kasus penyakit akan meningkat dan berpotensi berkembang menjadi wabah.

3. *The Next Generation Matrix* (NGM)

The Next Generation Matrix (matriks generasi berikutnya) adalah suatu matriks yang dibentuk dalam model epidemiologi untuk menganalisis penularan penyakit dan menentukan Bilangan Reproduksi Dasar (R_0). Pada pendekatan ini, model kompartemen disusun sedemikian rupa sehingga matriks menggambarkan banyaknya infeksi baru yang dihasilkan oleh individu (I) pada setiap kelas infeksi di generasi selanjutnya, dengan asumsi bahwa seluruh populasi berada dalam kondisi rentan. Kemudian penentuan nilai R_0 dilakukan dengan mengambil nilai eigen terbesar (David *et al.*, 2025).

Menurut Ekaristi *et al.* (2025), langkah-langkah untuk menentukan bilangan Reproduksi Dasar (R_0) menggunakan metode NGM adalah sebagai berikut:

1. Mengidentifikasi kompartemen individu terinfeksi.
2. Membentuk NGM.
3. Menghitung nilai eigen terbesar dari matriks tersebut.

Secara matematis, jika F adalah matriks yang merepresentasikan laju munculnya infeksi baru dan V adalah matriks yang merepresentasikan laju transisi antar kompartemen, maka:



$$R_0 = \rho(FV^{-1})$$

Dengan ρ menyatakan jari-jari spektral (spectral radius) atau nilai eigen dengan nilai mutlak terbesar.

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

1. Model Matematika Penyebaran Penyakit

Malaria

Model matematika penyebaran penyakit malaria adalah suatu model matematika yang digunakan untuk menggambarkan dinamika penularan penyakit malaria dalam suatu populasi dengan memanfaatkan sistem persamaan matematika. Berikut merupakan asumsi yang digunakan untuk membentuk model penyebaran penyakit malaria di Provinsi Jambi.

- a. Populasi manusia dianggap tertutup, tidak terjadi migrasi masuk ataupun keluar selama periode pengamatan. Perubahan jumlah populasi hanya disebabkan oleh jumlah kelahiran dan kematian. Populasi manusia tidak konstan atau dapat berubah pada waktu t .
- b. Populasi manusia terbagi menjadi 4 kompartemen yaitu individu rentan (S_m) yaitu individu sehat yang belum terinfeksi tetapi memiliki peluang tertular, individu terpapar (E) yaitu individu yang telah terinfeksi parasit malaria tetapi belum menunjukkan

gejala dan belum menularkan penyakit, individu yang terinfeksi (I_m) yaitu individu manusia yang telah terinfeksi penyakit malaria dan dapat menjadi sumber penularan bagi nyamuk, dan individu sembuh (R) yaitu individu yang telah pulih dari infeksi dan memiliki kekebalan terhadap malaria.

- c. Populasi nyamuk terbagi menjadi 2 kompartemen yaitu individu nyamuk *Anopheles* betina yang rentan (S_n) dan individu nyamuk *Anopheles* betina yang terinfeksi parasit (I_n) yaitu individu nyamuk yang terinfeksi parasit *Plasmodium*
- d. Penularan penyakit malaria hanya terjadi melalui gigitan nyamuk *Anopheles* betina yang terinfeksi parasit *Plasmodium* dan tidak ada penularan langsung antara manusia ke manusia
- e. Individu nyamuk *Anopheles* betina yang rentan (S_n) menjadi nyamuk *Anopheles* betina yang terinfeksi parasit *Plasmodium* (I_n) setelah menggigit manusia yang terinfeksi penyakit malaria (I_m).
- f. Semua individu manusia pada kompartemen terpapar (E) akan berkembang menjadi individu terinfeksi penyakit malaria (I_m) setelah masa inkubasi
- g. Parameter model dianggap konstan selama periode pengamatan. Tidak



terjadi mutasi parasit *Plasmodium* selama periode pengamatan

Berdasarkan asumsi-asumsi tersebut, pembagian kompartemen beserta notasi variabel yang digunakan dinyatakan dalam tabel berikut:

Tabel 1. Populasi Individu

Populasi	Kelas Individu/ Variabel	Syarat	Satuan
Populasi manusia <i>Susceptible</i> (manusia yang rentan terhadap penyakit)	$S_m(t)$	$S_m \geq 0$	Orang
Populasi manusia <i>Exposed</i> (manusia yang terjangkit penyakit)	$E(t)$	$E \geq 0$	Orang
Populasi Manusia <i>Infected</i> (manusia yang terinfeksi penyakit malaria)	$I_m(t)$	$I_m \geq 0$	Orang
Populasi manusia <i>Recovered</i> (manusia yang kebal terhadap penyakit)	$R(t)$	$R \geq 0$	Orang
Populasi nyamuk <i>Anopheles</i> betina <i>Susceptible</i> (nyamuk <i>Anopheles</i> betina yang rentan terhadap parasit <i>Plasmodium</i>)	$S_n(t)$	$S_n \geq 0$	Ekor
Populasi nyamuk <i>Anopheles</i> betina <i>Infected</i> (nyamuk yang terinfeksi parasit <i>Plasmodium</i>)	$I_n(t)$	$I_n \geq 0$	Ekor

terinfeksi parasit (<i>Plasmodium</i>)			
Total populasi manusia	$N(t)$	$N \geq 0$	Orang

Parameter yang digunakan dalam memodelkan penularan dan penyebaran penyakit malaria di Provinsi Jambi dinyatakan dalam tabel berikut:

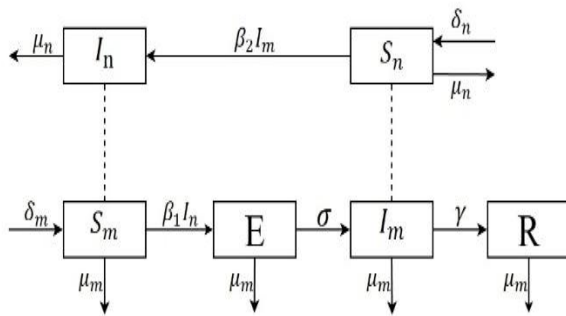
Tabel 2. Parameter yang Digunakan dalam Model

Simbol	Definisi	Syarat	Satuan
δ_m	Laju kelahiran alami pada populasi manusia	$\delta_m > 0$	$\frac{orang}{hari}$
β_1	Laju penularan penyakit malaria dari nyamuk <i>Anopheles</i> betina ke manusia	$\beta_1 > 0$	$\frac{1}{ekor \times hari}$
μ_m	Laju kematian alami pada populasi manusia	$\mu > 0$	$\frac{1}{hari}$
σ	Laju perpindahan subpopulasi terpapar ke subpopulasi terinfeksi pada populasi manusia	$\sigma > 0$	$\frac{1}{hari}$
γ	Laju kesembuhan pada populasi manusia	$\gamma > 0$	$\frac{1}{hari}$
δ_n	Laju kelahiran alami pada populasi nyamuk <i>Anopheles</i> betina	$\delta_n > 0$	$\frac{ekor}{hari}$



β_2	Laju penularan parasit <i>Plasmodium</i> dari manusia ke nyamuk <i>Anopheles</i> betina	$\beta_2 > 0$	$\frac{1}{orang \times hari}$
μ_n	Laju kematian alami pada populasi nyamuk <i>Anopheles</i> betina	$\mu_n > 0$	$\frac{1}{hari}$

Maka diperoleh model diagram kompartemen penyebaran penyakit malaria di Provinsi Jambi sebagai berikut:



Gambar 1. Diagram Kompartemen

Pembentukan model berdasarkan diagram kompartemen adalah sebagai berikut:

- a. Jumlah individu manusia yang rentan $S_m(t)$ bertambah karena adanya kelahiran (δ_m), berkurang akibat terinfeksi malaria oleh nyamuk *Anopheles* betina yang terinfeksi parasit *Plasmodium* dengan laju penularan ($\beta_1 S_m I_n$) dan berkurang karena adanya kematian alami ($\mu_m S_m$).

$$\frac{dS_m}{dt} = \delta_m - \beta_1 S_m I_n - \mu_m S_m$$

- b. Jumlah individu manusia yang terpapar $E(t)$ bertambah akibat terinfeksi malaria oleh nyamuk *Anopheles* betina yang terinfeksi parasit *Plasmodium* dengan laju penularan ($\beta_1 S_m I_n$), berkurang karena berpindah menjadi individu manusia yang terinfeksi dengan laju (σE) dan berkurang karena adanya kematian alami dengan laju ($\mu_m E$).

$$\frac{dE}{dt} = \beta_1 S_m I_n - (\sigma + \mu_m)E$$

- c. Jumlah individu manusia yang terinfeksi $I_m(t)$ bertambah setelah melewati masa inkubasi (σE), berkurang karena sembuh dari penyakit malaria (γI_m), dan berkurang karena adanya kematian alami dengan laju ($\mu_m I_m$)

$$\frac{dI_m}{dt} = \sigma E - (\gamma + \mu_m)I_m$$

- d. Jumlah individu manusia yang sembuh $R(t)$ bertambah karena sembuh dari penyakit malaria (γI_m) dan berkurang karena adanya kematian alami dengan laju ($\mu_m R$).

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I_m - \mu_m R$$

- e. Jumlah individu nyamuk *Anopheles* betina yang $S_n(t)$ bertambah karena adanya kelahiran (δ_n), berkurang akibat terinfeksi parasit *Plasmodium* karena menggigit manusia yang terinfeksi penyakit malaria dengan laju penularan ($\beta_2 S_n I_m$) dan berkurang karena adanya



kematian alami nyamuk dengan laju $(\mu_n S_n)$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I_m - \mu_m R$$

f. Jumlah individu nyamuk *Anopheles* betina yang terinfeksi $I_n(t)$ bertambah akibat terinfeksi parasit *Plasmodium* karena menggigit manusia yang terinfeksi penyakit malaria dengan laju penularan $(\beta_2 S_n I_m)$ dan berkurang karena adanya kematian alami nyamuk dengan laju $(\mu_n I_n)$

$$\frac{dI_n}{dt} = \beta_2 S_n I_m - \mu_n I_n$$

Dari uraian pembentukan model diatas, maka diperoleh sistem persamaan penyebaran penyakit malaria di Provinsi Jambi sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{dS_m}{dt} &= \delta_m - \beta_1 S_m I_n - \mu_m S_m \\ \frac{dE}{dt} &= \beta_1 S_m I_n - (\sigma + \mu_m) E \\ \frac{dI_m}{dt} &= \sigma E - (\gamma + \mu_m) I_m \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma I_m - \mu_m R \\ \frac{dS_n}{dt} &= \delta_n - \beta_2 S_n I_m - \mu_n S_n \\ \frac{dI_n}{dt} &= \beta_2 S_n I_m - \mu_n I_n \end{aligned} \tag{1}$$

Dengan kondisi awal:

$$S_m(0) > 0, E(0) > 0, I_m(0) > 0, R(0) > 0, S_n(0) > 0, I_n(0) > 0$$

Populasi keseluruhan individu manusia merupakan gabungan dari semua kompartemen individu manusia, yaitu:

$$N(t) = S(t) + E(t) + I_m(t) + R(t) \tag{2}$$

Berdasarkan kompartemen diatas, maka model dapat ditulis ke dalam bentuk persamaan diferensial sebagai berikut:

$$\frac{dS_m}{dt} = \delta_m - \beta_1 S_m(t) I_n(t) - \mu_m S_m(t)$$

$$\frac{dE}{dt} = \beta_1 S_m(t) I_n(t) - (\sigma + \mu_m) E(t)$$

$$\frac{dI_m}{dt} = \sigma E(t) - (\gamma + \mu_m) I_m(t)$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I_m(t) - \mu_m R(t)$$

Sehingga perubahan jumlah total populasi manusia yaitu:

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dt} &= \frac{dS_m}{dt} + \frac{dE}{dt} + \frac{dI_m}{dt} + \frac{dR}{dt} \\ \frac{dN}{dt} &= \delta_m - \mu_m N \end{aligned} \tag{4}$$

Dari persamaan diatas, perubahan total populasi manusia hanya dipengaruhi oleh adanya kelahiran alami (δ_m) dan adanya kematian alami (μ_m) .

2. Menentukan Titik Kesetimbangan

Sistem persamaan diferensial nonlineier (1) mempunyai titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik. Titik kesetimbangan merupakan suatu titik tetap yang tidak berubah terhadap waktu. Titik $(S_m, E, I_m, R, S_n, I_n)$ merupakan titik kesetimbangan dari sistem jika memenuhi persamaan $\frac{dS_m}{dt} = 0, \frac{dE}{dt} = 0, \frac{dI_m}{dt} = 0, \frac{dR}{dt} = 0, \frac{dS_n}{dt} = 0, \frac{dI_n}{dt} = 0$. Maka untuk mendapatkan titik kesetimbangan pada persamaan (1) model matematika penyebaran penyakit malaria ditulis sebagai berikut:



$$\delta_m - \beta_1 S_m I_n - \mu_m S_m = 0 \quad (5)$$

$$\beta_1 S_m I_n - (\sigma + \mu_m) E = 0 \quad (6)$$

$$\sigma E - (\gamma + \mu_m) I_m = 0 \quad (7)$$

$$\gamma I_m - \mu_m R = 0 \quad (8)$$

$$\delta_n - \beta_2 S_n I_m - \mu_n S_n = 0 \quad (9)$$

$$\beta_2 S_n I_m - \mu_n I_n = 0 \quad (10)$$

1. Titik Keseimbangan Bebas Penyakit (E_0)

Titik keseimbangan bebas penyakit diperoleh ketika ada penyakit dalam populasi. Agar dapat memenuhi titik keseimbangan bebas penyakit, maka tidak ada satupun individu manusia maupun nyamuk yang terinfeksi dengan mensubstitusikan $I_m = I_n = 0$ ke persamaan (5) – (10) sebagai berikut:

a) Substitusi $I_n = 0$ ke persamaan (5)

$$\delta_m - \beta_1 S_m I_n - \mu_m S_m = 0, I_n = 0$$

$$S_m = \frac{\delta_m}{\mu_m}$$

b) Substitusi $I_n = 0$ ke persamaan (6)

$$\beta_1 S_m I_n - (\sigma + \mu_m) E = 0, I_n = 0$$

$$E = 0$$

c) Substitusi $I_m = 0$ ke persamaan (7)

$$\sigma E - (\gamma + \mu_m) I_m = 0, I_m = 0$$

$$I_m = 0$$

d) Substitusi $I_m = 0$ ke persamaan (8)

$$\gamma I_m - \mu_m R = 0, I_m = 0$$

$$R = 0$$

e) Substitusi $I_m = 0$ ke persamaan (9)

$$\delta_n - \beta_2 S_n I_m - \mu_n S_n = 0, I_m = 0$$

$$S_n = \frac{\delta_n}{\mu_n}$$

f) Substitusi $I_m = 0$ ke persamaan (10)

$$\beta_2 S_n I_m - \mu_n I_n = 0, I_m = 0$$

$$I_n = 0$$

Didapatkan titik keseimbangan bebas penyakit:

$$E_0 = \left(S_m = \frac{\delta_m}{\mu_m}, E = 0, I_m = 0, R = \right.$$

$$0, S_n = \frac{\delta_n}{\mu_n}, I_n =$$

$$0 \left. \right) \quad (11)$$

Pada kompartemen E, I_m, I_n , dan R populasi manusia ataupun nyamuk *Anopheles* betina nilainya 0, artinya tidak ada infeksi yang aktif. Sedangkan pada kompartemen S_m didapatkan hasil $\frac{\delta_m}{\mu_m}$ artinya setiap adanya individu manusia yang lahir, akan ada individu manusia lain yang mengalami kematian. Pada kompartemen S_n didapatkan hasil $\frac{\delta_n}{\mu_n}$ artinya setiap adanya individu nyamuk *Anopheles* betina yang lahir, akan ada individu nyamuk *Anopheles* betina yang mengalami kematian.

2. Titik Keseimbangan Endemik

Titik keseimbangan yang kedua merupakan *Endemic Equilibrium* (EE) atau titik keseimbangan penyakit menetap di populasi. Jadi, titik keseimbangan endemik menggambarkan penyakit yang menetap, tidak hilang dari populasi, tetapi tidak meledak tak terkendali. Agar dapat memenuhi titik keseimbangan bebas penyakit, maka tidak ada satupun individu manusia maupun nyamuk yang terinfeksi



dengan mensubstitusikan $I_m > 0$ dan $I_n > 0$ ke persamaan (5) – (10) sebagai berikut:

- a) Substitusi $I_m > 0$ dan $I_n > 0$ ke persamaan (5)

$$\delta_m - \beta_1 S_m I_n - \mu_m S_m = 0$$

$$S_m = \frac{\delta_m}{\beta_1 I_n + \mu_m} \quad (11)$$

- b) Substitusi $I_m > 0$ dan $I_n > 0$ ke persamaan (7)

$$\sigma E - (\gamma + \mu_m) I_m = 0, I_m = 0$$

$$E = \frac{(\gamma + \mu_m)}{\sigma} I_m \quad (12)$$

- c) Substitusi $I_m > 0$ dan $I_n > 0$ ke persamaan (8)

$$\gamma I_m - \mu_m R = 0$$

$$R = \frac{\gamma}{\mu_m} I_m \quad (13)$$

- d) Substitusi $I_m > 0$ dan $I_n > 0$ ke persamaan (9)

$$\delta_n - \beta_2 S_n I_m - \mu_n S_n = 0$$

$$S_n = \frac{\delta_n}{\beta_2 I_m + \mu_n} \quad (14)$$

- e) Substitusi $I_m > 0$ dan $I_n > 0$ ke persamaan (10)

$$\beta_2 S_n I_m - \mu_n I_n = 0$$

$$I_n = \frac{\beta_2 S_n}{\mu_n} I_m \quad (15)$$

- f) Substitusi $I_m > 0$ dan $I_n > 0$ ke persamaan (6)

$$\beta_1 S_m I_n - (\sigma + \mu_m) E = 0$$

$$\beta_1 S_m I_n = (\sigma + \mu_m) E \quad (16)$$

Substitusi persamaan (11), (12), dan (15) ke persamaan (16)

$$\begin{aligned} \beta_1 \cdot \frac{\delta_m}{\beta_1 I_n + \mu_m} \cdot \frac{\beta_2 S_n}{\mu_n} I_m \\ = (\sigma + \mu_m) \frac{(\gamma + \mu_m)}{\sigma} I_m \end{aligned}$$

Karena $I_m > 0$, maka:

$$\beta_1 \beta_2 S_m S_n = \frac{(\sigma + \mu_m)(\gamma + \mu_m)\mu_n}{\sigma} \quad (17)$$

Substitusi persamaan (14) ke persamaan (17)

$$\begin{aligned} \beta_1 \beta_2 \cdot \frac{\delta_m}{\beta_1 I_n + \mu_m} \cdot \frac{\delta_n}{\beta_2 I_m + \mu_n} \\ = \frac{(\sigma + \mu_m)(\gamma + \mu_m)\mu_n}{\sigma} \end{aligned}$$

$$I_m = \frac{\beta_1 \beta_2 \delta_m \delta_n \sigma - \mu_m \mu_n (\sigma + \mu_m)(\gamma + \mu_m)}{\beta_2 \mu_m (\sigma + \mu_m)(\gamma + \mu_m)}$$

Didapatkan titik kesetimbangan endemik:

$$E^* = (S_m, E, I_m, R, S_n, I_n)$$

Dengan

$$S_m = \frac{\delta_m}{\beta_1 I_n + \mu_m}$$

$$E = \frac{(\gamma + \mu_m)}{\sigma} I_m$$

$$I_m = \frac{\beta_1 \beta_2 \delta_m \delta_n \sigma - \mu_m \mu_n (\sigma + \mu_m)(\gamma + \mu_m)}{\beta_2 \mu_m (\sigma + \mu_m)(\gamma + \mu_m)}$$

$$R = \frac{\gamma}{\mu_m} I_m$$

$$S_n = \frac{\delta_n}{\beta_2 I_m + \mu_n}$$

$$I_n = \frac{\beta_2 S_n}{\mu_n} I_m$$

Titik kesetimbangan E^* ada apabila S_m, E, I_m, R, S_n, I_n bernilai positif, yaitu apabila $R_0 > 1$. Maka titik kesetimbangan E tidak stabil dikarenakan solusi akan bergerak menuju titik kesetimbangan E^* . Titik kesetimbangan E^* disebut titik kesetimbangan endemik. Pada kondisi ini, penyakit malaria pada manusia di Provinsi Jambi tetap ada, tetapi tidak mewabah.



3. Menentukan Bilangan Reproduksi Dasar (R_0)

Pada model matematika penyebaran penyakit malaria di Provinsi Jambi, bilangan reproduksi dasar (R_0) merupakan rata-rata jumlah kasus baru pada manusia yang terinfeksi penyakit malaria pada manusia akibat satu individu yang terinfeksi selama masa infeksi. Langkah-langkah untuk menentukan bilangan reproduksi dasar (R_0) adalah sebagai berikut:

- a. Menentukan persamaan yang memuat kompartemen terinfeksi

Penentuan bilangan reproduksi dasar dapat diperoleh dari model persamaan populasi subterinfeksi dengan dilakukan pelinieran. Didefinisikan fungsi-fungsi sebagai berikut:

$$\begin{aligned} g(E, I_m, I_n) &= \beta_1 S_m I_n - (\sigma + \mu_m)E \\ j(E, I_m, I_n) &= \sigma E - (\gamma + \mu_m)I_m \quad (18) \\ l(E, I_m, I_n) &= \beta_2 S_n I_m - \mu_n I_n \end{aligned}$$

Karena ada 3 kompartemen yang terinfeksi, maka matriks Jacobian (J) berukuran 3×3

- b. Menghitung matriks Jacobian (J) pada titik kesetimbangan bebas penyakit
Persamaan (18) akan dibentuk menjadi matriks Jacobian sebagai berikut:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial g}{\partial E} & \frac{\partial g}{\partial I_m} & \frac{\partial g}{\partial I_n} \\ \frac{\partial j}{\partial E} & \frac{\partial j}{\partial I_m} & \frac{\partial j}{\partial I_n} \\ \frac{\partial l}{\partial E} & \frac{\partial l}{\partial I_m} & \frac{\partial l}{\partial I_n} \end{bmatrix}$$

$$J = \begin{bmatrix} -(\sigma + \mu_m) & 0 & \beta_1 S_m \\ \sigma & -(\gamma + \mu_m) & 0 \\ 0 & \beta_2 S_n & -\mu_n \end{bmatrix}$$

$$J\left(\frac{\delta_m}{\mu_m}, 0, 0, \frac{\delta_n}{\mu_n}, 0\right)$$

$$= \begin{bmatrix} -(\sigma + \mu_m) & 0 & \frac{\beta_1 \delta_m}{\mu_m} \\ \sigma & -(\gamma + \mu_m) & 0 \\ 0 & \frac{\beta_2 \delta_n}{\mu_n} & -\mu_n \end{bmatrix}$$

Untuk memperoleh nilai R_0 , maka matriks Jacobian (J) tersebut dituliskan sebagai penjumlahan dua buah matriks yaitu matriks F dan matriks V . Sehingga $J = F + V$ dengan matriks F merupakan matriks yang isinya berkaitan dengan laju penularan, sedangkan matriks V merupakan matriks yang isinya berkaitan dengan perpindahan kompartemen. Dalam hal ini

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\beta_1 \delta_m}{\mu_m} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\beta_2 \delta_n}{\mu_n} & 0 \end{bmatrix}$$

dan

$$V = \begin{bmatrix} -(\sigma + \mu_m) & 0 & 0 \\ \sigma & -(\gamma + \mu_m) & 0 \\ 0 & 0 & -\mu_n \end{bmatrix}$$

- c. Menghitung NGM

$$K = -FV^{-1}$$

Adapun matriks V^{-1} yaitu:

$$V^{-1} = \frac{1}{\det(V)} \times \text{adj}(V)$$

$$V^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma + \mu_m} & 0 & 0 \\ -\frac{\sigma}{(\sigma + \mu_m)(\gamma + \mu_m)} & -\frac{1}{\gamma + \mu_m} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\mu_n} \end{bmatrix}$$



Sehingga didapatkan matriks K yaitu

$$K = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\beta_1 \delta_m}{\mu_m \mu_n} \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{\beta_2 \delta_n \sigma}{\mu_n (\sigma + \mu_m) (\gamma + \mu_m)} & \frac{\beta_2 \delta_n}{\mu_n (\gamma + \mu_m)} & 0 \end{bmatrix}$$

- d. Menentukan nilai eigen dari matriks K dan bilangan reproduksi dasar (R_0)

$$|K - \lambda I| = 0$$

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & \frac{\beta_1 \delta_m}{\mu_m \mu_n} \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{\beta_2 \delta_n \sigma}{\mu_n (\sigma + \mu_m) (\gamma + \mu_m)} & \frac{\beta_2 \delta_n}{\mu_n (\gamma + \mu_m)} & 0 \end{vmatrix}$$

$$- \begin{vmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} -\lambda & 0 & \frac{\beta_1 \delta_m}{\mu_m \mu_n} \\ 0 & -\lambda & 0 \\ \frac{\beta_2 \delta_n \sigma}{\mu_n (\sigma + \mu_m) (\gamma + \mu_m)} & \frac{\beta_2 \delta_n}{\mu_n (\gamma + \mu_m)} & -\lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$-\lambda \left(\lambda^2 - \frac{\beta_1 \beta_2 \delta_m \delta_n \sigma}{\mu_m \mu_n^2 (\sigma + \mu_m) (\gamma + \mu_m)} \right) = 0$$

Maka, diperoleh nilai eigen sebagai berikut:

$$\lambda_1 = 0$$

$$\lambda_2 = \sqrt{\frac{\beta_1 \beta_2 \delta_m \delta_n \sigma}{\mu_m \mu_n^2 (\sigma + \mu_m) (\gamma + \mu_m)}}$$

$$\lambda_3 = -\sqrt{\frac{\beta_1 \beta_2 \delta_m \delta_n \sigma}{\mu_m \mu_n^2 (\sigma + \mu_m) (\gamma + \mu_m)}}$$

Nilai eigen terbesarnya terletak pada λ_2 , sehingga λ_2 adalah bilangan reproduksi dasar (R_0) dari model matematika pada penyebaran penyakit malaria di Provinsi Jambi.

$$R_0 = \sqrt{\frac{\beta_1 \beta_2 \delta_m \delta_n \sigma}{\mu_m \mu_n^2 (\sigma + \mu_m) (\gamma + \mu_m)}}$$

- e. Perhitungan nilai R_0

Laju kelahiran alami pada manusia di Provinsi Jambi tahun 2024 adalah $\delta_m = \frac{184 \text{ orang}}{\text{hari}}$. Laju kematian alami pada manusia di Provinsi Jambi tahun 2024

$\mu_m = \frac{61}{\text{hari}}$ (BPS Provinsi Jambi, 2025).

Laju perpindahan subpopulasi terpapar ke subpopulasi terinfeksi pada manusia

adalah $\sigma = \frac{0,071}{\text{hari}}$ (Duarsa, 2020). Laju kesembuhan penyakit malaria pada manusia adalah $\gamma = \frac{0,07}{\text{hari}}$ (Buku Saku

Kemendes RI, 2020). Laju penularan penyakit malaria dari nyamuk *Ahopheles* betina ke manusia adalah $\beta_1 = \frac{0,005}{\text{orang-hari}}$.

Laju kelahiran alami nyamuk *Anopheles* betina adalah $\delta_n = \frac{0,4 \text{ ekor}}{\text{hari}}$. Laju penularan parasit *Plasmodium* dari manusia ke nyamuk *Anopheles* betina adalah $\beta_2 = \frac{0,001}{\text{orang-hari}}$. Laju kematian alami nyamuk *Anopheles* betina adalah $\mu_n = \frac{0,14}{\text{hari}}$ (Gunandini dan Sugiarto, 2009).

Laju kelahiran alami nyamuk *Anopheles* betina adalah $\delta_n = \frac{0,4 \text{ ekor}}{\text{hari}}$. Laju penularan parasit *Plasmodium* dari manusia ke nyamuk *Anopheles* betina adalah $\beta_2 = \frac{0,001}{\text{orang-hari}}$. Laju kematian alami nyamuk *Anopheles* betina adalah $\mu_n = \frac{0,14}{\text{hari}}$ (Gunandini dan Sugiarto, 2009).

Laju kelahiran alami nyamuk *Anopheles* betina adalah $\delta_n = \frac{0,4 \text{ ekor}}{\text{hari}}$. Laju penularan parasit *Plasmodium* dari manusia ke nyamuk *Anopheles* betina adalah $\beta_2 = \frac{0,001}{\text{orang-hari}}$. Laju kematian alami nyamuk *Anopheles* betina adalah $\mu_n = \frac{0,14}{\text{hari}}$ (Gunandini dan Sugiarto, 2009).

Laju kelahiran alami nyamuk *Anopheles* betina adalah $\delta_n = \frac{0,4 \text{ ekor}}{\text{hari}}$. Laju penularan parasit *Plasmodium* dari manusia ke nyamuk *Anopheles* betina adalah $\beta_2 = \frac{0,001}{\text{orang-hari}}$. Laju kematian alami nyamuk *Anopheles* betina adalah $\mu_n = \frac{0,14}{\text{hari}}$ (Gunandini dan Sugiarto, 2009).

Asumsi parameter bernilai positif dipilih berdasarkan karakteristik biologis penyakit malaria serta umur rata-rata manusia dan nyamuk. Nilai parameter ini digunakan untuk keperluan simulasi perhitungan R_0 . Substitusi seluruh nilai



asumsi parameter ke R_0 , sehingga didapatkan hasil sebagai berikut:

$$R_0 = 0,00007654708465 \approx 0,00007$$

Nilai $R_0 < 1$, ini menunjukkan bahwa penyakit malaria di Provinsi Jambi tetap ada, tetapi tidak mewabah. Pada tahun 2023 jumlah penduduk yang terjangkit penyakit malaria sebanyak 24.183 kasus (BPS Provinsi Jambi, 2024), dan tahun 2024 terdapat 29.047 kasus (BPS Provinsi Jambi, 2025), meningkat dari tahun sebelumnya sebanyak 4.864 kasus atau 20,11%. Berdasarkan nilai R_0 yang didapatkan, meskipun jumlah kasus malaria di Provinsi Jambi meningkat, nilai $R_0 < 1$ menunjukkan bahwa penularan malaria secara lokal berada dalam kondisi terkendali. Peningkatan kasus tersebut tidak selalu mencerminkan meningkatnya penularan lokal, melainkan dapat disebabkan oleh adanya kasus impor dari daerah endemis lain, meningkatnya mobilitas penduduk, dan perbaikan sistem surveilans dan deteksi kasus yang menyebabkan lebih banyak kasus teridentifikasi dan tercatat. Dengan demikian, nilai $R_0 < 1$ menunjukkan bahwa upaya pengendalian malaria telah berjalan efektif dalam menekan penularan lokal, meskipun secara absolut jumlah kasus yang dilaporkan masih mengalami peningkatan.

PENUTUP

Simpulan

Adapun simpulan yang diperoleh dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bentuk model matematika pada penyebaran penyakit Malaria di Provinsi Jambi yaitu:

$$\frac{dS_m}{dt} = \delta_m - \beta_1 S_m I_n - \mu_m S_m$$

$$\frac{dE}{dt} = \beta_1 S_m I_n - (\sigma + \mu_m) E$$

$$\frac{dI_m}{dt} = \sigma E - (\gamma + \mu_m) I_m$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I_m - \mu_m R$$

$$\frac{dS_n}{dt} = \delta_n - \beta_2 S_n I_m - \mu_n S_n$$

$$\frac{dI_n}{dt} = \beta_2 S_n I_m - \mu_n I_n$$

2. Analisis model matematika penyebaran penyakit malaria yang menghasilkan dua titik kesetimbangan yaitu:

- a. Titik kesetimbangan bebas penyakit

$$E_0 = \left(\begin{array}{l} S_m = \frac{\delta_m}{\mu_m}, E = 0, I_m = 0, R = 0, \\ S_n = \frac{\delta_n}{\mu_n}, I_n = 0 \end{array} \right)$$

- b. Titik kesetimbangan endemik

$$E^* = (S_m, E, I_m, R, S_n, I_n)$$

dengan

$$S_m = \frac{\delta_m}{\beta_1 I_n + \mu_m}$$



$$E = \frac{(\gamma + \mu_m)}{\sigma} I_m$$

$$I_m = \frac{\beta_1 \beta_2 \delta_m \delta_n \sigma - \mu_m \mu_n (\sigma + \mu_m) (\gamma + \mu_m)}{\beta_2 \mu_m (\sigma + \mu_m) (\gamma + \mu_m)}$$

$$R = \frac{\gamma}{\mu_m} I_m$$

$$S_n = \frac{\delta_n}{\beta_2 I_m + \mu_n}$$

$$I_n = \frac{\beta_2 S_n}{\mu_n} I_m$$

3. Diperoleh rumus R_0 dari model penyebaran penyakit malaria yaitu:

$$R_0 = \sqrt{\frac{\beta_1 \beta_2 \delta_m \delta_n \sigma}{\mu_m \mu_n^2 (\sigma + \mu_m) (\gamma + \mu_m)}}$$

- Jika $R_0 < 1$ maka jumlah kasus penyakit malaria di Provinsi Jambi akan menurun dan pada akhirnya dapat menghilang.
 - Jika $R_0 = 1$, maka jumlah kasus penyakit malaria di Provinsi Jambi cenderung bertahan atau menetap dalam populasi.
 - Jika $R_0 > 1$, maka jumlah kasus penyakit malaria di Provinsi Jambi akan meningkat dan berpotensi berkembang menjadi wabah.
4. Hasil perhitungan dengan mengalikan asumsi parameter dengan bilangan reproduksi dasar (R_0) adalah 0,00007, artinya jumlah kasus penyakit malaria di Provinsi Jambi maka jumlah kasus akan

menurun dan pada akhirnya dapat menghilang.

Saran

Pada penelitian selanjutnya, asumsi yang digunakan harus sesuai dengan keadaan yang terjadi di wilayah Provinsi Jambi.

DAFTAR PUSTAKA

- Aesum, L. M., Hidayati, L., Pratiwi, M., Margasira, N. S., & Visthian, N. K. D. (2024). Teknik surveilens epidemiologi dan Kejadian Luar Biasa (KLB) penyakit malaria. *HARAPAN: Jurnal Ilmu Kesehatan dan Psikologi*, 1(1), 43–52. <https://doi.org/10.70115/harapan.v1i1.76>
- Badan Pusat Statistik Provinsi Jambi. (2024). *Provinsi Jambi dalam angka 2024*.
- Badan Pusat Statistik Provinsi Jambi. (2025). *Provinsi Jambi dalam angka 2025*.
- David, D. A., Liu, C., Street, L., Ehrlich, S., Kumar, M., & Ramakrishnan, S. (2025). A novel approach to forecasting reproduction numbers of spatiotemporal stochastic epidemic spread using a PDE-based model and real-time infection data. *Scientific Reports*, 15(1), 9760. <https://doi.org/10.1038/s41598-025-91811-5>
- Duarsa, A. B. A. (2020). *Epidemiologi penyakit menular: Studi ekologi malaria*. Media Nusa Creative.
- Ekaristi, M., Prihandono, B., & Noviani, E. (2025). *Pemodelan matematika penyebaran penyakit demam berdarah dengue dengan larvasida sebagai parameter intervensi*. <https://doi.org/10.20527/epsilon.v19i2.16718>
- Gunandi, U.K. H.D.J., & Sugiarto, S.S. (2009).



Pengaruh temperatur terhadap perkembangan pradewasa, daya tahan, jangka hidup, fekunditas, dan Siklus gonotrofik nyamuk Anopheles di Indonesia. Institut Pertanian Bogor.

Jannah, M., Ahsar Karim, M., & Yulida, Y. (2021). Analisis kestabilan model seir untuk penyebaran COVID-19 dengan parameter vaksinasi. *BAREKENG: Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan*, 15(3), 535–542. <https://doi.org/10.30598/barekengvol15iss3pp535-542>

Junaidin, J., R, A., Andirwana, A., Arianto, M. F., Etnis, B. R., Lerebulan, E. F., & Lihawa, S. S. I. (2024). Optimalisasi pemeriksaan malaria untuk mendeteksi dini dalam upaya pencegahan penyakit malaria pada masyarakat Di Pulau Soop. *Idea Pengabdian Masyarakat*, 5(1), 41–46. <https://doi.org/10.53690/ipm.v5i01.302>

Kementerian Kesehatan Republik Indonesia. (2020). *Buku saku tatalaksana kasus malaria.*

Pemerintah Provinsi Jambi. (2022). *Rencana strategis Dinas Kesehatan Provinsi Jambi 2021–2026 (Revisi 3).*

Setiawan, H. F., Hamisah, I., & Fahdhienie, F. (2021). Faktor risiko kejadian malaria pada masyarakat di wilayah kerja Puskesmas Krueng Sabee Kabupaten Aceh Jaya. *Jurnal Bahana Kesehatan Masyarakat (Bahana of Journal Public Health)*, 5(2), 65–71. <https://doi.org/10.35910/jbkm.v5i2.527>

Side, S., Zaki, A., & Sartika, S. (2021). Pemodelan matematika SIRI pada penyebaran penyakit tifus di Sulawesi Selatan. *Journal of Mathematics, Computations and Statistics*, 4(2), 55. <https://doi.org/10.35580/jmathcos.v4i2.24439>